

**A-10158**

**Sub. Code**

**4BMAA4**

**U.G. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021 &  
Supplementary/Improvement/Arrear Examinations**

**Mathematics**

**Allied – CODING THEORY**

**(CBCS – 2014 onwards)**

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

**Part A** (10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. What is meant by binary code?

ஈருறுப்பு குறியீடு என்றால் என்ன ?

2. Define the hamming weight.

ஹெமிங் எடையை வரையறு.

3. Define Linear code.

நேரியல் குறியீடு வரையறு-

4. List the elements of the linear code  $\langle S \rangle$  where  $S = \{010, 011, 111\}$ .

$S = \{010, 011, 111\}$  -க்கு  $\langle S \rangle$ ன் நேரியல் குறியீடின் கூறுகளைப் பட்டியலிடுக.

5. Let  $n = 7$  and  $d = 3$ , find  $|C|$

$n = 7$  மற்றும்  $d = 3$  எனில்  $|C|$ -யைக் காண்க.

6. State the singleton bound.

தனித்த பொருளுக்கான எல்லையைக் கூறுக.

7. Find the sum and the product of the following pairs of polynomials over  $K$ .

$$f(x) = x^5 + x^6 + x^7; h(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4.$$

கீழ்க்காணும்  $K$ -யை பொறுத்த பல்லுறுப்புக் கோவைகளின் கூடுதல் மற்றும் பெருக்கலைக் காணக

$$f(x) = x^5 + x^6 + x^7; h(x) = 1 + x^2 + x^3 + x^4.$$

8. Define cyclic code.

வட்டக் குறியீடு வரையறு.

9. Show that  $f(x) = 1 + x + x^3$  is irreducible over  $K$ .

$f(x) = 1 + x + x^3$ -யை  $K$ -யை பொறுத்து பகுக்க முடியாது என நிறுவி.

10. Write a short note on BCH codes.

BCH குறியீடுகளைப் பற்றி சிறு குறிப்புகளை எழுதுக.

### Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Let  $v = 1011010$  and  $w = 0000010$ . Find  $\varphi_{97}(v, w)$ .

$v = 1011010$  மற்றும்  $w = 0000010$  எனில்  $\varphi_{97}(v, w)$ -யைக் காணக.

Or

2

A-10158

- (b) Compute the weight of each of the following words and the distance between each pair of them :

$$v_1 = 1001010, \quad v_2 = 0110101, \quad v_3 = 0011110 \quad \text{and} \\ v_4 = v_2 + v_3.$$

கீழ்க்காணும் வார்த்தைகளின் எடை மற்றும் ஒவ்வொரு வார்த்தைகளுக்கும் இடையேயான தூரத்தைக் காண்க

$$v_1 = 1001010, \quad v_2 = 0110101, \quad v_3 = 0011110 \quad \text{மற்றும்} \\ v_4 = v_2 + v_3.$$

12. (a) Let  $S = \{10101, 01010, 11111, 00011, 10110\}$  find the dual code  $C^\perp$  for each of the codes  $C = \langle S \rangle$ .

$$S = \{10101, 01010, 11111, 00011, 10110\} \quad \text{எனில்} \\ C = \langle S \rangle \quad \text{என்ற ஒவ்வொரு குறியீடுகளின் இருமைக் குறியீடு } C^\perp \text{ யைக் காண்க.}$$

Or

- (b) Find a parity-check matrix for the code  $C = \{000, 001, 010, 011\}$ .

$C = \{000, 001, 010, 011\}$  என்ற குறியீட்டிற்கு ஒரு பேரிட்டி சோதனை அணியைக் காண்க.

13. (a) Write a short notes on the Read-Muller code. Also, find the generator matrix  $G(2, 3)$ .

ரீடு - மூல்லர் குறியீடுகளைப் பற்றி சிறு குறிப்புகள் எழுதுக. மேலும்  $G(2, 3)$ -ன் அணி உருவாக்கத்தைக் காண்க.

Or

- (b) Compute  $H_4^i$  for  $i = 1, 2, 3, 4$  where  $H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ .

$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$  எனில்,  $i = 1, 2, 3, 4$  -க்கு  $H_4^i$  யைக் காண்க.

14. (a) If  $f(x) \equiv g(x)(\text{mod } h(x))$  then prove that  
 $f(x)p(x) \equiv g(x)p(x)(\text{mod } h(x)).$

$f(x) \equiv g(x)(\text{mod } h(x))$  எனில்,

$f(x)p(x) \equiv g(x)p(x)(\text{mod } h(x))$  என நிறுவுக.

Or

- (b) Show that the Galoy code  $C_{23}$  is equivalent to a linear cyclic code.

நேரியல் வட்டக் குறியீடானது ஹாலாய் குறியீடு  $C_{23}$ -க்கு சமமானவை என நிறுவுக.

15. (a) Define multiplication in  $K^4$  modulo  $h(x) = 1 + x + x^4$ . Calculate the product

(i)  $(0011)(1011)$

(ii)  $(1110)(1001)$ .

$K^4$  modulo  $h(x) = 1 + x + x^4$ -ன் பெருக்கலை வரையறு.

(i)  $(0011)(1011)$ ,

(ii)  $(1110)(1001)$  ன் பெருக்கலைக் காணக.

Or

- (b) Show that the columns of the parity check matrix of  $C_{15}$  are Linearly Independence.

$C_{15}$  -ன் பேரிட்டி சோதனை அணியின் நிரல்கள், ஒரு படி சாராக்கணம் என நிறுவுக.

**Part C**

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Suppose  $P = 0.90$ ,  $|M| = 2$ ,  $n = 3$  and  $C = \{000, 111\}$  for each  $v$  in  $C$ , compute  $\phi_P(C, v)$ .

(a)  $v = 000$

(b)  $v = 111$ .

$P = 0.90$ ,  $|M| = 2$ ,  $n = 3$  மற்றும்  $C = \{000, 111\}$  என்க.

மேலும் ஒவ்வொரு  $v$  -யும்  $C$ -யில் உள்ளது எனில்  $\phi_P(C, v)$ -யைக் காண்க.

(அ)  $v = 000$

(ஆ)  $v = 111$ .

17. (a) Find the distance of the linear code with the given

$$\text{generator matrix } G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (b) List the cosets of the Linear code having the given

$$\text{generator matrix } G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$(அ) G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{என்ற உருவாக்கப்பட்ட}$$

அணியின் நேரியல் குறியீடின் தூரத்தைக் காண்க.

$$(ஆ) G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{என்ற உருவாக்கப்பட்ட}$$

அணியைக் கொண்டுள்ள நேரியல் குறியீடின் இணை கணங்களைக் காண்க.

18. (a) Show that for  $n = 2^r - 1$ ,  $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} = 2^r$ .
- (b) For any  $(n, k, d)$  linear code, prove that  $d - 1 \leq n - k$ .
- (அ)  $n = 2^r - 1$  எனில்  $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} = 2^r$  என நிறுவக.
- (ஆ)  $(n, k, d)$  என்பதை நேரியல் குறியீடு எனில்  $d - 1 \leq n - k$  என நிறுவக.
19. (a) Prove that every cyclic code contains a unique idempotent polynomial which generates the code.
- (b) If  $C$  is a linear cyclic code of length  $n$  and dimension  $k$  with generator  $g(x)$  and if  $1 + x^n = g(x)h(x)$  then prove that  $C^\perp$  is a cyclic code of dimension  $n - k$  with generator  $x^k h(x^{-1})$ .
- (அ) ஒவ்வொரு வட்டக் குறியீடும் தன்னை உருவாக்கும் ஒரு தன்னடக்க பல்லுறுப்புக் கோவையை உள்ளடக்கியது என நிறுவக.
- (ஆ)  $C$  என்பது  $n$  நீளமும்,  $k$  பரிமாணமும்,  $g(x)$  என்ற உருவாக்கியைக் கொண்டுள்ள நேரியல் வட்டக் குறியீடு ஆகும் மற்றும்  $1 + x^n = g(x)h(x)$  எனில்,  $C^\perp$  என்பது  $n - k$  பரிமாணமும்,  $x^k h(x^{-1})$  உருவாக்கியையும் கொண்ட வட்டக் குறியீடு என நிறுவி.
20. Let  $\alpha \neq 0$  be an element of  $GF(2^r)$ . Let  $m_\alpha(x)$  be the minimal polynomial of  $\alpha$ . Then, prove the following :
- $m_\alpha(x)$  is irreducible over  $K$
  - If  $f(x)$  is any polynomial over  $K$  such that  $f(\alpha) = 0$ , then  $m_\alpha(x)$  is a factor of  $f(x)$ .
  - the minimal polynomial is unique and
  - the minimal polynomial  $m_\alpha(x)$  is a factor of  $1 + x^{2^r - 1}$

$\alpha \neq 0$  யை  $GF(2^r)$ -இல் ஒரு உறுப்பாகும் மற்றும்  $m_\alpha(x)$ -யை  $\alpha$ -வின் மீச்சிறு பல்லுறுப்புக் கோவையாகவும் கொள்க. கீழ்க்கண்டவற்றை நிறுவுக.

- (அ)  $m_\alpha(x)$ -யை  $K$ -யை பொறுத்து பகுக்க முடியாது
  - (ஆ)  $f(x)$  ஆனது  $f(\alpha)=0$ , என்பது போல்  $K$  -யை பொறுத்து ஒரு பல்லுறுப்புக் கோவை எனில்  $m_\alpha(x)$  என்பது  $f(x)$ -க்கு ஒரு காரணி ஆகும்.
  - (இ) மீச்சிறு பல்லுறுப்புக் கோவை ஒரு தன்மை வாய்ந்தது.
  - (ஈ) மீச்சிறு பல்லுறுப்புக் கோவை  $m_\alpha(x)$  என்பது  $1+x^{2^r-1}$ -ன் ஒரு காரணி ஆகும் எனக் காட்டுக.
-