

E-0313

Sub. Code
1BMAA1

U.G. DEGREE EXAMINATION, APRIL 2019**Mathematics****Allied — ANCILLARY MATHEMATICS — I****(CBCS – 2011 onwards)**

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

Part A

(10 × 2 = 20)

Answer all the questions.

1. Prove : $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

நிறுவக : $\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$.

2. Write the reduction formula for $\tan^n x$.

$\tan^n x$ ன் குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

3. Define rank of a matrix.

ஓரு அணியின் தரத்தை வரையறு.

4. State Cayley Hamilton theorem.

கெப்லி ஹெமில்டன் தேற்றத்தை எழுதுக.

5. Solve : $(D^2 + 3D + 2) y = 0$.

தீர்க்க : $(D^2 + 3D + 2) y = 0$.

6. Find the particular integral of $(D^2 - 3D + 2)y = 2$.

$(D^2 - 3D + 2)y = 2$ ன் சிறப்புத் தொகையைக் காண்க.

7. Prove : $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$.

நிறுவுக : $\cosh^2 x + \sinh^2 x = \cosh 2x$.

8. Prove : $\sinh^{-1} x = \log_e(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

நிறுவுக : $\sinh^{-1} x = \log_e(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

9. Write the expansion of $(1-x)^{-2}$.

$(1-x)^{-2}$ ன் விரிவை எழுதுக.

10. Prove : $\frac{e - e^{-1}}{2} = 1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots$

நிறுவுக : $\frac{e - e^{-1}}{2} = 1 + \frac{1}{3!} + \frac{1}{5!} + \dots$

Part B

(5 × 5 = 25)

Answer all questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Obtain the reduction formula for $\int \sin^m x \cos^n x dx$.

$\int \sin^m x \cos^n x dx$ ன் குறைத்தல் வாய்ப்பாட்டைக் காண்க.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^a \int_{y-a}^{2y} xy dy dx$.

மதிப்பீடுக : $\int_0^a \int_{y-a}^{2y} xy dy dx$.

12. (a) Find the eigen values of the matrix

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}.$$

$\begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ என்ற அணியின் ஐகன் மதிப்புகளைக்

காணக.

Or

(b) Solve the equations :

$$x + 2y - 5z = 0; 3x + 4y + 6z = 0; x + y + z = 0.$$

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க :

$$x + 2y - 5z = 0; 3x + 4y + 6z = 0; x + y + z = 0$$

13. (a) Solve : $(D^2 - 4)y = e^{2x} + e^{-4x}$.

தீர்க்க : $(D^2 - 4)y = e^{2x} + e^{-4x}$.

Or

(b) Solve : $(D^2 - 2D + 4)y = e^x \sin x$.

$$\text{தீர்க்க : } (D^2 - 2D + 4)y = e^x \sin x.$$

14. (a) Prove :

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10.$$

நிறுவக :

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10.$$

Or

(b) If $\sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha$ prove that
 $\cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$.

$$\sin(\theta + i\phi) = \tan \alpha + i \sec \alpha \quad \text{எனில்} \quad \cos 2\theta \cosh 2\phi = 3$$

என நிறுவக.

15. (a) Find the coefficient of x^n in the expansion of

$$\frac{1+3x}{(1-3x)^2}.$$

$\frac{1+3x}{(1-3x)^2}$ ன் விரிவில் x^n ன் குணகம் காணக.

Or

(b) Prove : $S = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} - \dots = \log 4 - 1$.

$$\text{நிறுவக : } S = \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} - \dots = \log 4 - 1.$$

Part C

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Evaluate $\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$.

மதிப்பிடுக $\int_0^\pi \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$.

17. Verify Cayley Hamilton theorem for the matrix

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணி கெய்லி ஹெமில்டன் தேற்றத்தை

நிறைவு செய்யுமான என சரிபார்க்க.

18. Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - 5y = \sin(\log x)$.

தீர்க்க : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 3x \frac{dy}{dx} - 5y = \sin(\log x)$.

19. (a) Find the real and imaginary parts of $\tanh(1+i)$.

(b) Evaluate : $\log(\sqrt{3}+i)$.

(அ) $\tanh(1+i)$ ன் மெய் மற்றும் கற்பனைப் பகுதிகளைக் காணக.

(ஆ) மதிப்பிடுக : $\log(\sqrt{3}+i)$.

20. Show that : $\frac{1^2 \cdot 2^2}{1!} + \frac{2^2 - 3^2}{2!} + \frac{3^2 \cdot 4^2}{3!} + \dots = 27e$.

$$\frac{1^2 \cdot 2^2}{1!} + \frac{2^2 - 3^2}{2!} + \frac{3^2 \cdot 4^2}{3!} + \dots = 27e \text{ என நிறுவக.}$$
