

|               |
|---------------|
| <b>A-8953</b> |
|---------------|

|                  |
|------------------|
| <b>Sub. Code</b> |
| <b>4BMAA1</b>    |

**U.G. DEGREE EXAMINATION, NOVEMBER 2019**

**Mathematics**

**ANCILLARY MATHEMATICS – I**

**(CBCS – 2014 onwards)**

Time : 3 Hours

Maximum : 75 Marks

**Part A** (10 × 2 = 20)

Answer **all** questions.

1. Show that  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4}$ .

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx = \frac{\pi}{4} \text{ என நிருபி.}$$

2. Evaluate  $\int \log x dx$ .

$\int \log x dx$  -யைக் காண்க.

3. If the Eigen values of  $A = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -2 & -3 & -4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$  are 2, 2, 3 find the eigen values of  $A^{-1}$ .

2, 2, 3 என்பன  $A = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -2 & -3 & -4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$ -யின் ஐகன் மதிப்புகள்

எனில்  $A^{-1}$ -ன் ஐகன் மதிப்புகளைக் காண்க.

4. If  $\lambda$  is an eigen value of  $A$  then prove that  $k\lambda$  is an eigen value of  $kA$  where  $k$  is a scalar.

$\lambda$  என்பது  $A$ -யின் ஐகன் மதிப்பு எனில்  $k$  ஒரு திசையிலியாக இருக்கும் போது  $k\lambda$ -யை  $kA$  யின் ஐகன் மதிப்பு என நிறுப்பி.

5. Solve :  $(D^2 - 4)y = 0$ .

தீர்க்க :  $(D^2 - 4)y = 0$ .

6. Transform the differential equation  $x^2y'' - xy' + 2y = x \log x$  into a linear equation with constant coefficients.

$x^2y'' - xy' + 2y = x \log x$  என்ற வகைகெழு சமன்பாட்டை மாறிலி கெழு கொண்ட நேர்கோட்டு சமன்பாடாக மாற்றுக.

7. Expand  $\tan n\theta$ .

$\tan n\theta$ -யை விரிவாக்குக.

8. Prove that  $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ .

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ -யை நிறுப்பி.

9. Find the coefficient of  $x^n$  in  $(1 + 2x + 3x^2)e^{2x}$ .

$(1 + 2x + 3x^2)e^{2x}$ -ன  $x^n$ -ன கெழுவைக் காண்க.

10. Prove that  $\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$ .

$\log 2 - \frac{(\log 2)^2}{2!} + \frac{(\log 2)^3}{3!} - \dots = \frac{1}{2}$  என நிறுப்பி.

**Part B**

(5 × 5 = 25)

Answer **all** questions, choosing either (a) or (b).

11. (a) Evaluate  $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan \theta) d\theta$ .

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan \theta) d\theta - \text{யൈക് കാണ്ക.}$$

Or

- (b) Evaluate  $I = \iint_D e^{\frac{y}{x}} dx dy$  where  $D$  is the region bounded by the straight lines  $y = x$ ;  $y = 0$  and  $x = 1$ .

$y = x$ ;  $y = 0$  മർറ്റുമ്  $x = 1$  എന്നു നേര്ക്കോടുകളാൽ അഞ്ചെടക്കപ്പെട്ട  $D$  എന്നു പ്രാഞ്ചിയത്തിൽക്കു

$$I = \iint_D e^{\frac{y}{x}} dx dy - \text{യൈക് കാണ്ക.}$$

12. (a) Find the rank of the matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -4 & 6 \\ -1 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 5 & -4 & 6 \\ -1 & -3 & 2 & -2 \\ 2 & 4 & -1 & 6 \end{pmatrix} \text{ എന്ന അണിക്കു തരത്തെക് കാണ്ക.}$$

Or

- (b) Discuss the consistency of the following equations and if consistent find the solutions.

$$x + 2y + 2z = 1; 2x + y + z = 2; 3x + 2y + 2z = 3; y + z = 0$$

தீமே கொடுக்கப்பட்ட சமன்பாடுகள் இசைவுள்ளதா என ஆராய்க மற்றபடி இசைவு எனில் அதனுடைய தீர்வுகளைக் காண்க.

$$x + 2y + 2z = 1; 2x + y + z = 2; 3x + 2y + 2z = 3; y + z = 0$$

13. (a) Solve :  $(D^2 + 3D + 2)y = x^2$ .

$$(D^2 + 3D + 2)y = x^2 - \text{யை தீர்க்க.}$$

Or

- (b) Solve :  $(D^2 - 2D + 4)y = e^x \sin x$ .

$$\text{தீர்க்க} : (D^2 - 2D + 4)y = e^x \sin x.$$

14. (a) Prove that the roots of the equation

$$8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \text{are} \quad \cos\left(\frac{\pi}{7}\right), \quad \cos\frac{3\pi}{7} \quad \text{and}$$

$$\cos\frac{5\pi}{7}.$$

$$8x^3 - 4x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \text{என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள்}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{7}\right), \cos\frac{3\pi}{7} \text{ மற்றும் } \cos\frac{5\pi}{7} \text{ என நிருபி.}$$

Or

- (b) Show that  $\cosh^{-1} x = \log_e(x + \sqrt{x^2 - 1})$ .

$$\cosh^{-1} x = \log_e(x + \sqrt{x^2 - 1}) \text{ என நிருபி.}$$

15. (a) Prove that  $S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5n+1}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e}$ .

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5n+1}{(2n+1)!} = \frac{e}{2} + \frac{2}{e} \text{ என நிறுபி.}$$

Or

- (b) Calculate  $(1.01)^{\frac{1}{2}} - (.99)^{\frac{1}{2}}$  correct to six places of decimals.

$$(1.01)^{\frac{1}{2}} - (.99)^{\frac{1}{2}} \text{ யை ஆறு இட சுத்தமாக காணக.}$$

**Part C**

(3 × 10 = 30)

Answer any **three** questions.

16. Establish a reduction formula for  $I_n = \int \sin^n x dx$  where

$$n \in N \text{ and hence find } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx.$$

$n \in N$  எனில்  $I_n = \int \sin^n x dx$  -க்கு ஒடுக்கம் சூத்திரத்தை

உருவாக்கு மேலும் அதிலிருந்து  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$  -யைக் காணக.

17. Find the eigen values and eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு ஐகன் மதிப்பு மற்றும் ஐகன்}$$

வெக்டர்களைக் காணக.

18. Solve :  $x^2 y'' + 4xy' + 2y = e^x$ .

தீர்க்க :  $x^2 y'' + 4xy' + 2y = e^x$

19. (a) If  $x + iy = \tan(A + iB)$  then prove that  
 $x^2 + y^2 + 2x \cot 2A = 1$ .

(b) If  $x + iy = \sin(A + iB)$  then prove that  
 $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$ .

(அ)  $x + iy = \tan(A + iB)$  எனில்  $x^2 + y^2 + 2x \cot 2A = 1$  என நிருபி.

(ஆ)  $x + iy = \sin(A + iB)$  எனில்  $\frac{x^2}{\sin^2 A} - \frac{y^2}{\cos^2 A} = 1$  என நிருபி.

20. Find the sum to  $\infty$  the series  $\frac{15}{16} + \frac{15 \cdot 21}{16 \cdot 24} + \frac{15 \cdot 21 \cdot 27}{16 \cdot 24 \cdot 32} + \dots$

$\frac{15}{16} + \frac{15 \cdot 21}{16 \cdot 24} + \frac{15 \cdot 21 \cdot 27}{16 \cdot 24 \cdot 32} + \dots$  என்ற தொடரின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.